

DOI: 10.3969/j.issn.1672-8874.2011.03.018

# 浅谈国内外本科数学公共基础课的实践教学

刘易成, 王晓, 朱健民

(国防科学技术大学理学院, 湖南长沙 410073)

**[摘要]** 在本科数学公共课程中开展实践教学, 是一种新的数学教育理念。通过归纳国内外本科数学公共课程的实践教学的基本特征, 分析开展实践教学的必要性和不利于实践教学的关键因素, 对比研究国内外实践教学的内容与方法, 可发展启发式、讨论式、项目式等多种教学方式相结合的实践教学新方法与新手段, 为深入实施实践教学奠定了基础。

**[关键词]** 实践教学; 教学模式; 分组式教学

**[中图分类号]** G642.421 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1672-8874(2011)03-0055-03

## A Brief Talk on the Practical Teaching of the Undergraduate Non-major Mathematical Courses Abroad

LIU Yi-cheng, WANG Xiao, ZHU Jian-min

(College of Science, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** It is a new concept to implement practical teaching in the undergraduate non-major mathematical courses. The authors sum up the basic characteristics of the practical teaching of the undergraduate non-major mathematical courses. Furthermore, some key factors and unfavorable conditions for practical teaching of mathematical courses are listed. By comparing the status quo home and abroad, the authors come to the conclusion that the main disadvantageous factor to practical teaching is large-class teaching.

**Key words:** practical teaching; teaching pattern; grouping teaching

### 一、关于实践教学

在本科数学公共基础课中开展实践教学, 是一种新的数学教育观念, 它包括基于客观实际问题传授数学知识、培养数学能力、养成数学意识等教育层次。而数学问题来自实际, 因而学生需要用实践的手段来学习、验证和理解数学, 需要数学实践加强数学思维训练, 提高解决问题及开拓创新的能力。随着以计算机为核心的现代教育技术的广泛应用, 数学软件能够方便快捷地进行数值计算、符号演算、动态声形显示, 为开展数学课程的实践教学提供了友好平台。因此, 这种从实际问题出发, 借助计算机或社会实践获得原始数据, 通过学生亲自设计解决方案, 体验解决问题的过程, 从实践中学习数学知识、探索数学规律和培养数学能力的教学模式已应运而生。

#### (一)、实践教学的必要性

传统的数学教学模式, 遵照“定义—定理—推导—结论—应用”模式组织教学, 从而导致学生在学习中既不知定义、定理涉及的问题如何产生, 又不懂推导出的结论怎

样应用, 所学的知识均是纸上演算得出, 造成数学教学重理论、轻实践, 重灌输、轻启迪的局面, 最终导致学生厌学。

在现代教育理念下, 培养高级创新型技术人才是教育的首要任务。“支持学生参与科学研究, 强化实践教学环节”已写入我国中长期教育改革和发展规划纲要(2010-2020), 是高等教育改革与发展的重要方向。改革本科数学公共基础课中的教学模式、教学内容和教学方法, 突出教学实施环境中的直观性和实践性, 加强在教学实施环境中培养创新思维能力, 是培养21世纪的高级创新型技术人才的有效途径。

#### 1、开展实践教学是培养创新思维能力的重要途径

复旦大学李大潜院士多次提倡将数学建模的精神融入到数学类主干课程的教学理念<sup>[1,2]</sup>, 其核心就是倡导在本科数学公共基础课中开展实践教学。“高技术本质上是一种数学技术”的观点现已为越来越多的人所认同。同时我们还应清楚地认识到: 数学是一种科学的语言; 数学是一个有力的工具以及数学是各门科学的基础等。这些事实告诉

**[收稿日期]** 2011-02-16

**[基金项目]** 湖南省普通高等学校教学改革研究项目

**[作者简介]** 刘易成(1977-), 男, 壮族, 湖南江华人, 国防科学技术大学理学院数学与系统科学系副教授, 博士, 主要研究方向: 非线性分析与动力系统。

我们,培养学生创新思维能力与在数学公共基础课中应用现代教学技术、融入现代教学理念以及采用现代教学方法是分不开的。

2、实践教学是解决知识面扩展与教学学时缩短的矛盾的重要途径

随着社会的进步,科技的发展,社会对人才的需求越来越多样化,要求也越来越高。为适应这一要求,高校的常用做法是开设第二课堂,压缩公共基础课课时。于是出现了社会要求学生要有广阔的知识面与教学学时缩短的矛盾。由于第二课堂的课时有限,讲解时用到的知识可能学生还没有学到,会造成学生听不懂,甚至没有兴趣。而实践教学可以提高学生的学习兴趣。

对于学时不多的课程,要在课堂讲授所有内容,尤其是应用前景广泛或较为抽象的知识点,是不切实际的。通过合理设计实践教学内容,可以将一个或多个知识模块集成到一次实践教学中,将难点浅化、简化或线性化处理,使之融入到学生课外实践各环节中,将课堂教学延伸至课后主动实践学习,从而在有限的教学学时里,让学员直观式、实践式地理解知识和应用知识。

3、实践教学是数学教学模式改革的趋势

李大潜院士曾指出,要将数学建模思想融入数学类主干课程中<sup>[1]</sup>。从某种意义上讲,我们也可以将其理解为在本科数学公共课中融入实践教学。这样做有如下优点:(1)提高学生对于数学公共基础课的学习兴趣;(2)通过讲授课程知识点并辅助实践教学,使学生能够学以致用,领会所学知识内涵与精神。

数学教学改革的主要目的让教学成为传授数学知识与提高数学素质的统一体,并使这两方面有机结合与相互促进。数学素质包括创造性思维能力、归纳与演绎能力以及数学建模能力等。而数学实践教学搭起了学生从学习数学理论知识到应用数学知识解决实际问题,乃至提高数学素质的桥梁,有利于激发学习兴趣,有利于培养学生的创新思维,有利于培养学生实践动手能力,是培养高级创新型技术人才的重要方法。因此,在高校加强理论教学的同时,更要突出实践教学,以彰显实践教学对人才培养的强大作用。另外,文献<sup>[3-6]</sup>陈述了实践教学模式的相关研究成果。

(二)、开展实践教学的困难

在本科数学公共基础课中开展实践教学,是解决知识面扩展与教学学时缩短的矛盾的重要途径。因此实践教学的重要性不言而喻,但也存在具体困难:

1、现行本科数学公共基础课的教材不利于实践教学

现行本科数学公共基础课的教材大多只体现了数学的严谨化而相关的应用实例不多,或者例题的新度、深度与难度不够。一是实例比较旧,讲起来学生没有兴趣。例如很多书在讲常微分方程的应用实例会讲到微分方程在生物数学中的应用,基本上讲的是经典的 Volterra 食饵捕食模型。该模型建立的基础是一个种群为食饵,另一种群是捕食者。把握住这点后我们可以把此模型改为男生追女生的模型。学生听到这个模型的名字就会对学习这部分内容感兴趣。二是深度的把握不足,难度不够。有些例题的选取过于简单,可以适当增加难度。在这方面,国外的教材做的比较到位,例如由 Stewart 编写的微积分是国际上最畅销

的微积分原版教材,在每一章中都会有应用项目和实验问题供学生课外思考练习,同时在引入教学知识点的时候,也都是从现实案例抽象出定理定义的。而且国外教材的每次修订中,除了修订里面的一些印刷错误外,主要就是增加一些应用实例。

克服此困难的方法是教师在教授数学课时应参阅国外的知名教材、相关的参考文章、数学建模书籍等,以弥补教材的不足。

2、实践教学对教师提出更高要求

在开展实践教学中,要求教师在讲授知识的同时穿插实际应用问题,这就要求教师要熟练掌握教材的结构、内容,心中还应有大量合适的实际问题,并将这些实际问题在最合适的时机抛出来。抛的早,抛的难,学生不会做,可能会打击学生的学习积极性;抛的晚,抛的易,学生很快解决,会使学生产生“这种问题比较简单”的思想;抛的旧,也不会引起学生的兴趣。因此,在实践教学中穿插实际问题,要把握问题出现的时机、问题的难易度、问题是否新颖等方面。这就要求教师在教的过程中要时时不忘充电,同时也要大量阅读与本课程相关的书籍,最好要了解问题的来龙去脉,这样才能讲解清楚。

3、现行大班制教学模式不利于开展实践教学

由于受学生人数多,师资力量不够等客观因素限制,我国绝大多数大学本科数学公共基础课均采用大班教学模式,一个教学班少则六七十人,多则百多人。对于这样的教学班,开展实践教学存在如下难点:(1)受实践条件限制,难以做到教学班成员能独自参与实践。例如开展利用数学软件验证  $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx = \frac{\pi}{2}$  的实验教学,许多学校实验机房不能满足这种大规模的上机实验。(2)实践内容难以做到因人而异,从而导致部分学生滥竽充数,不能完全达到教学效果。(3)增加实践环节设计难度,不利于教学组织与管理,比如,当需要学生对实践情况作汇报时,就不可能在课堂进行,更不可能与每个学生讨论。

## 二、国内外实践教学的基本特征

(一)、国内实践教学的现状

近几年来,国内一些高校开始积极开展数学公共基础课的实践教学研讨,积极筹备在本科数学公共基础课中开展实践教学,并制定实践教学计划与实践教学方案、编写有利于实践教学的教材等。现阶段,国内本科数学公共基础课中的实践教学呈现如下几个特点:

1、开设数学建模课是国内数学实践教学的主要形式

李大潜院士强调应将数学建模的思想融入数学类主干课程<sup>[1]</sup>,强调“对每一门数学基础课程要精选融入的数学建模内容。数学建模过程本身就是运用数学知识认识客观规律的过程,从中学生体会到了数学知识的重要性,能激发学习数学的热情,它是数学实践的一个重要形式。”

国内各级大学生数学建模竞赛的开展,以及“数学建模”课程的开设,使数学建模行动(还没有到思想这一层次)已进入大学生的学习工作之中,“取得了良好的效果,也得到了广大师生的热情关注和大力支持,成为这些年来大学数学教学改革中成效显著、光芒四射的亮点<sup>[1]</sup>”,也成

了国内本科数学公共基础课开展实践教学的主要形式。

2、在主干课程中融入数学实验是国内数学基础课实践教学的发展趋势

开设数学实验课目的就是培养学生进行建立数学模型并利用计算机分析处理实际问题的实际操作能力。在计算机上通过使用 Mathematica 或 Maple 等数学软件,进行求极限、求导数、求积分,求逆矩阵等运算,研究函数的变化规律,画出曲线、曲面的图形,验证定理,探索新规律等。

以我国高等数学、概率论与数理统计以及线性代数举例,在新编教材中都引入了数学实验环节。例如高教出版社出版的部分 21 世纪规划教材中以及朱健民、李建平编高等数学教材中,适当植入了数学实验的内容,并在习题方面配备了一定数量具有实际背景的数学实践题。

### 3、数学课程的实践教学缺少社会调查环节

社会调查是获取原始数据的重要途径,也是培养学生数学意识和创新能力的方法之一。我国数学实践教学过程中很少采用社会调查手段的主要原因有:(1)教师的社会调查意识不强;(2)大班教学制不利于开展社会调查。而一些数学基础课的知识点具有深厚的实际背景,要是从定义到定理地灌输式讲授,学生不仅不会产生浓厚的学习兴趣,还会对枯燥乏味的公式感到厌烦。因此在讲授这类知识的时候,教师适当采用实践教学法,让学生亲身体会知识和用知识的乐趣。

例如,在讲授概率与统计课程时,可以从 2006 年世界杯德国与阿根廷比赛谈起。在比赛中,有记者看到德国门将莱曼在点球比赛中随身携带一纸条,罚点球前总要看纸条。赛后得知那是教练分析的阿根廷队每个球员发球的习惯,这就是他能够扑出点球的秘密武器。

这些问题来源于实际,这些问题的解答都离不开社会调查获取原始数据,并利用所学数学知识给出最佳解决方案。

## (二)、国外实践教学的特点

自古以来,欧美数学家都十分突出数学课的实践特征。著名数学家波利亚、欧拉、拉普拉斯、高斯等都从不同侧面阐述了数学实践的重要性。因此在这些思想熏陶下,教材编著,教学内容选取等各方面都会体现数学课程的实践特性。

### 1、经典数学公共基础课教材重视实践性内容

我们以西方课堂普遍使用的两本微积分教材为例进行说明。托马斯微积分和由 Stewart 教授编著的微积分,这两本微积分分别出版到第十版和第五版,足以说明教材的经典性。教材均强调运用计算机画图、实验、应用等环节。两本书中课后习题素材的选取都是有据可查的,各个习题位置的安排也是根据教学的实际情形统筹布置的。下面我们着重从 Stewart 教授编著的微积分教材中选取两个例子,一个是实验例题,一个是应用实例。

例 1 Logistic 序列描述生态学中种群的生长规律可以用一类离散的 Logistic 方程表示。生态学家感兴趣的是随着时间的推移,该物种总数的变化趋势:该物种总数是否会稳定在某一极限值?总数是会周期性的改变或是随机变化?根据不同参数值,利用计算机画出迭代序列的图像,并从中找出规律。该例非常好,不同的参数值会出现截然不同

的现象,适当的参数还会产生混沌现象。通过该例的计算,使学生明白,简单的数学方程或式子来源于生活,反过来又可以解释自然现象,同时简单介绍混沌的意义以及应用等,不但可以吸引学生的学习兴趣,还能培养学生的研究兴趣。

例 2 火箭设计的科学性。探索太空一直是人类的梦想,如何进入太空,就要使用火箭了。在利用火箭把卫星或宇航员等送入太空时,至少要考虑的问题是如何使用最少的花费完成任务。例如,很多任务不能使用一级火箭完成,于是科学家就造了多级火箭,那么什么样的火箭最适用呢?可以利用拉格朗日乘子法考虑这个问题。通过逐步的提示是学生慢慢解决了此问题,在理论联系实际中,学生体会到了学习的乐趣、知识的价值和用处。

### 2、数学课程实践教学的形式多样

在欧美发达国家,本科数学公共基础课的实践教学形式是多种多样的,可以归纳为数学实验与数学调查两类。数学实验包括验证式实验和探索性实验,而数学调查指的是就某一特定问题,学生自己收集和获取原始数据,通过分析数据认识数学规律的一种实践。

例如,在加拿大约克大学的微积分 II 课程中,当讲授完重积分的计算后,教师布置了实验题:请设计方案利用重积分计算  $\int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx$ ,并用 Mathematica 或 Maple 软件实现。对于这样的实验题,学生很容易利用数学软件获得最终计算值,但利用重积分计算  $\int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx$  的计算方案很多,对二重积分的积分域选取不同,学生会给出不同设计方案。而如何与重积分结合在一起设计计算方案是该实验题的一个难点,也是培养学生创新思维的一个关键环节。

又如,当讲授完相关变化率后,教师抛出具体问题:“给某新款手机合理定价”,并提示“供给函数  $S(P)$  与价格  $P$  满足线性函数  $S(P) = ap + b$ ,需求函数  $D(p)$  与价格  $p$  满足线性函数  $D(p) = c - dp$ 。随后建立价格函数模型:  $\frac{dp}{dt} = p(S(p) - D(p))$ 。随后发放调查表,布置数学实践作业:以可替代手机为调查对象,确定供给函数与需求函数中参数  $a, b, c, d$  的取值,给出手机的价格区间 ( $\pm 0.5$ )。

这是一个调查型的实践教学案例。教师精心考虑了各个实践环节,给出调查表是降低数学实践难度的重要一环;同时,因为在学习完相关变化率时,学生还不能求解价格函数模型(常微分方程),因此要求给出近似值;当学生获取市场的原始数据后,可以粗略地(取平均)给出参数  $a, b, c, d$  的取值。随着课程内容的进一步学习,学生会慢慢发现这一模型可以求精确解,因而价格区间可以更精细。再后来,当学习完最小二乘法后,更让学生体会到调查样本越多,参数  $a, b, c, d$  的取值也越贴近真值。

由此可见,一个精心设计的实践教学内容,可以将相关变化率、微分方程求解与多元函数的条件极值紧密联系在一起,能使学生在实践中体会数学知识的意义所在。

## 三、关于实践教学的几点思考

### (一)、关于实践教学内容

实践教学内容是实践教学的主体。(下转第 60 页)

有积极性来完成;太低,轻而易举没有尝试到全力“跳”的甜头。例如学习等熵压缩,事实上等熵压缩过程是无法实现的,而“准等熵压缩”对固体高压特性研究又具有重要意义,工程上该怎么解决这个问题?我们留问,压缩冲击波,给定每次气体产生相等的压缩比 $q$ ,令 $q=2$ ,压缩10次;计算(1)压缩到相同压强下,等熵压缩比 $\frac{P_s}{P_0}$ 与 $\frac{P_H}{P_0}$ 冲击压缩比的比值是多少?(2)相同压缩比 $\frac{P_s}{P_0}$ 下,等熵压缩压强比 $\frac{P_s}{P_0}$ 与冲击压缩压强比 $\frac{P_H}{P_0}$ 的比值是多少?启发思考,不妨改变其中压缩比参数,令 $q=1.5$ ,同样求解结论如何?计算中,学员理顺得出多次冲击压缩与等熵压缩之间的关系,由此推论:等熵压缩过程可以通过多次“不太强”的冲击压缩来逼近实现。

### 三、“问题式”互动教学法的教学要求

“问题式”互动教学法围绕问题,构成教员讲授与学员反馈的知识“闭环”系统。对教员提出的问题,学员表现积极,思维活跃,“催促”教员在知识的深度和广度上进一步拓宽;相反,学员一知半解,思维迟缓,“暗示”教员适当放慢速度,给予时间思考;另则,教员与学员思维同步,学员较为轻松地接受讲授知识,教员可按计划进行,保持当前良好状态。

互动式教学归属一种情感教育,教员应把握好与学员

眼神、表情的交流,真正从思维、内心情感上与学员互动起来,师生情感的共振,才能达到彼此最佳的课堂状态。

### 四、结束语

将“问题式”互动教学法运用到《冲击波物理》中课程教学中,调动了教员“教”与学员“学”的积极性,教员启发引导学员思考,把问题真正交还给他们,培养自行分析解决问题的能力。另一方面,从教员的启发中,学员扩展了对问题的思维方式,学会创造性提问。某种意义上说,提出有价值的问题比解决问题更为重要。“问题式”互动教学法需要教员、学员积极配合,是对教员教学的督促,也是对学员学习的促进,从而更有效提高了《冲击波物理》课程教学的质量和效果。

### 【参考文献】

- [1] 汤文辉. 冲击波物理[M]. 北京: 科学出版社, 2011.
- [2] 王瑞全. 关于高等师范院校互动式教学的思考[J]. 黑龙江高教研究, 2008(3): 140-143.
- [3] 武铮铮, 李永. 如何提高教育学的互动性[J]. 科技资讯, 2009(28): 182-183.
- [4] 戴维新. 互动式教学的理性认知[J]. 宁夏党校学报, 2007, 9(5): 94-97.

(责任编辑: 彭安臣)

(上接第57页)

实践教学内容的确定不是为了实践而实践,应根据教学内容在课程体系中的地位、教学内容对知识结构的影响等因素,适当确定部分章节作为实践教学内容。实践教学内容的选取是否适当直接关系到实践教学的效果。因此,实践教学内容的确定应遵循如下几点:①有益于激发学生学习或研究兴趣和培养创新思维的内容;②教学内容在课程体系中地位突出;③教学内容在工程问题中应用广泛;④学生具备教学内容的实践条件。

设计实践教学方案是实践教学的核心。首先,在设计实践教学方案时,要充分体现激发学生学习(研究)兴趣和培养创新思维的环节,让学生在亲身体验过程中长知识、强能力。其次,设计实践教学方案时,要考虑学生的知识结构等因素。例如,大一学生不宜安排需要复杂编程才能实现的实践内容。

### (二)、关于实践教学理念

实践教学是一种直观式、体验式的教学模式,其教学内容与教学方式是灵活多样的。在教学形式上,可以安排在课堂中几分钟内完成,也可以安排课后几天或数周内完成;在教学内容上,可与针对一个知识点的实践体验,也可以针对一系列内容,通过合理设计实践方案集中实施。总之,实践教学的安排未必是一整堂课,可穿插在课堂讲授中或课后进行,围绕激发学习兴趣、培养创新能力展开。

实践教学的目标是培养创新能力与动手能力。在实践教学内容和设计方面应突出直观性与实践性,实践内容大

多选自实际问题经淡化、简化、线性化处理之后的内容,实践环节较为简单,能让学生真正参与到实践过程之中,进而培养实验设计能力、分工合作能力、创新思维与动手能力。

### (三)、关于实践教学模式

实践教学是众多教学模式的一种,它常与案例式教学、探究式教学等教学方法结合起来,交替运用,发挥各自的特点,才能更好的激发学生的学习兴趣。探究式教学模式的具体操作程序可归纳为“问题引入—问题探究—问题解决—知识建构”四个阶段,其中“问题解决”部分就是与实践密不可分的。

### 【参考文献】

- [1] 李大潜. 将数学建模思想融入数学类主干课程[J]. 中国大学教学 2006(1): 9-11.
- [2] 李大潜. 数学教育该走什么路,教育论坛[J]. 2006(3): 9-10.
- [3] 国家教委工程教育赴美考察团. “回归工程”和美国高等教育改革[J]. 中国高等教育[J]. 1996(3).
- [4] 尚春虹. 数学实验教学的探索与实践[J]. 数学教育学报, 2002, 11(03): 66-68.
- [5] 元如林. 数学实验的教学模式的研究[J]. 工科数学, 2000(4): 72-75.
- [6] 赵志新, 费忠华, 吴建成, 李博. 大学数学实践性教学模式的构建与实践[J]. 中国高教研究, 2008(3): 92-93.

(责任编辑: 彭安臣)