数学建模课程教学的定位与思考*

王　丹，吴孟达，毛紫阳
（国防科学技术大学　理学院，湖南　长沙　410073）

摘　要：如何组织数学建模课程的教学，尤其是如何通过数学建模课程教学来提高学员解决实际问题的能力，这是一个值得深入思考和积极探索的问题。本文对数学建模课程教学过程进行总结，对课程教学过程中的教学主线、教学内容和教学方法的设计进行探讨，提出了一些数学建模课程教学的建议和设想。

关键词：案例教学；分层次教学；数学建模竞赛；创新能力
中图分类号：G642.0　**文献标志码**：A　**文章编号**：1672－8874（2015）01－0116－05

Thinking and Orientation for the Teaching of Mathematical Modeling Course

WANG Dan, WU Meng－da, MAO Zi－yang
(*College of Science*, *National University of Defense Technology*, *Changsha* 410073, *China*)

Abstract: How to organize the teaching of the mathematical modeling course and train the students the ability of solving real problems is worth thoroughly pondering and actively exploring. The paper attempts to summarize the process of mathematical modeling course teaching and puts forward the suggestion and ideas for the design of teaching architecture, the teaching contents and the teaching methods.

Key words: case teaching; hierarchy teaching; mathematical modeling contest; innovation ability

一、引言

数学建模是一门注重理论联系实际的课程，其以加强本科生教育中的实践性环节、培养学员应用能力与创新意识、提高学员解决实际问题的能力为宗旨。课程具有“面向问题”、“多学科知识交叉运用”及“以学员实践为主”三大特征，是对数学课程设置上实践性环节不足的有效补充。数学建模课程的开设具有其必要性。李大潜院士曾指出“数学教育本质上是一种素质教育，数学建模的教学及竞赛是实施素质教育的有效途径”[1]。当前，全国高等学校已经普遍开设了数学建模课程。我校 1986 年起在数学专业开设数学建模课程，是国内最早开设此课程的学校之一。1994 年面向全校工科学员开设数学建模公共选修课程，2002 年起教学对象扩展到基础合训类学员，近几年来每年听课人数多达 500 余人。课程的开设有效提高了学员解决实际问题的能力。

本文对数学建模课程教学过程进行总结，针对课程教学中的部分问题进行阐述，积极探索数学建模课程中该如何组织教学，一方面让未参与该课程教学的教师对数学建模课程有所了解，另一方面也希望抛砖引玉吸引更多的数学教师参与其中，共同

* **收稿日期**：2014－07－09
基金项目：国防科学技术大学教育教学研究课题（U2014003）
作者简介：王　丹（1981－），男，湖南长沙人，国防科学技术大学理学院数学与系统科学系讲师，主要研究方向：系统分析。

探讨数学建模课程的教学。

二、课程特点

（1）不同于经典数学课程，课程讲授内容和方式的主线不唯一，需要教师总结归纳。

（2）教学内容涉及数学分支多，交叉性强，对学员的知识储备有要求。如何安排内容需要教师仔细斟酌。

（3）课程讲授对教师要求高，要求教师掌握知识面广，上课过程中思维转换快，课程讲授信息量大；教师对课程讲授的粒度不易把握，既不能像一般数学课一样详细讲解建模中的每一步，又不能仅仅强调建立模型过程而忽略模型如何得到结果的过程，教学过程中对教师如何把握传授粒度提出了更高要求。

（4）对学员要求高，除需学员了解多方面数学知识外，还需具备有一定计算机应用能力，包括编写程序、使用各种数学软件的能力。

（5）课程讲授的内容往往与作业或实际建模问题并不一致。在课堂教学中，教师不可能讲授所有内容，而作业或实际问题一般是新的问题，这是与一般数学课程教学不同的地方。一般课程教学中，作业部分往往与每次课讲授内容相关，属于巩固强化，但数学建模的作业或实际问题并不一定是课堂上讲授的方法的简单套用，学员听完课后面对作业或实际问题经常无从下手。

（6）课程考试和考核方式与传统方式有较大差别。由于数学建模面对问题的特殊性，采用2个小时的考试或考核难以反映学员学习的效果，而采用论文形式，又存在学员“搭车”现象，如何有效考核值得研究。

三、课程教学组织

（一）教学的主线

数学建模课程教学主线需要教师根据授课对象、课程目的等进行总结归纳。一般来说教学主线可以分成2类，一类是基于数学方法来组织教学，另一类是基于案例来组织教学，下面分别阐述。

1. *基于数学方法组织教学*

教学内容的安排按照数学方法进行组织，强调各种数学知识如何应用，教学时将内容相关的数学知识集中在一起传授，以讲授数学方法为主，以相关案例为辅。这种教学方式的组织是面向方法的，而且是与经典教学方式类似的，学员容易接受，学员易于系统地掌握数学方法；不足是课时有限，教学方法的讲授难以全面，同时对学员建模能力的锻炼也显不足，在遇到实际数学建模问题时，学员的第一思维仍然倾向于在自己掌握的“知识库”中寻找可以套用的“公式”去解决。学员们经常询问的问题是“老师，这个问题是什么模型”，事实上这体现了学员对数学建模的理解还不够深入。当然，也应该肯定，在现有方法中，寻找解决问题的对应模型也是解决问题的思路，但数学建模课程对学员的训练不能仅仅停留在这个层面上。

2. *基于案例组织教学*

课程教学内容的组织以案例为主，不强调方法的系统性，将方法的讲解放在案例中，这种教学方式的组织是面向问题的。[2] 在这种教学方式下，强调对问题的理解和建模的过程，因此自然在课时约束下对方法的介绍和理解相对较少。在案例教学模式下，教师会更加细致的介绍问题与背景，讲解问题建模的过程，让学员体会问题如何一步一步解决。这种方式下，教学更加注重学员通过对问题分析和理解逐步建立解决问题的模型。当然在实际组织时，教师引导学员来进行这样一个建模过程，还做不到真正让学员从头开始去思考如何解决问题，所以这种教学方式与学员真正掌握解决问题的“诀窍”还是有着一定的“鸿沟”。这种教学组织方式与学员一贯的学习模式是不同的，在一贯的学习中，学员通过对上课内容模仿（比如套用公式）和应用可以解决问题，但在数学建模课程中，学员通过教师课堂仔细讲解能够很好理解问题解决的过程，可一旦遇到新的问题，需要学员自主分析来完成问题的建模时，就不是简单套用或应用上课讲授的内容来解决问题，它需要学员在对问题进行深入理解和分析的基础上，找到解决问题的途经。所以在数学建模中，对问题深入理解和分析的能力是学员最欠缺的能力。当面对实际问题时学员往往出现无从着手的现象，这是建模教学过程与实际建模能力之间的“鸿沟”。缩小这样的“鸿沟”是一个长期积累的过程。从某种意义上来说，案例教学的目的是基于此的，但在基于案例教学的模式中，学员对建模的学习要求学员深入思考和体会案例的建模过程，但这个过程并不容易掌握，所以就出现了学员所说的“上数学建模课，就像看一场魔术表演，非常有意思，总是在见证数学应用的奇迹，但当拿

到老师布置的问题时，则无从下手”。

案例教学能够潜在的培养学员分析和解决问题的思维，学员在这点上的体会若不够深入，则容易陷入“上数学建模课时，感觉挺厉害，但课后再回想起来想不出学习了什么知识点”的困惑，所以案例教学对教师提出了更高的要求，不是仅仅讲授案例，而是要明确希望通过案例想向学员表达怎样一种“信息”，这样的“信息”就是学员学习的知识点。

应该说，上述两条主线体现了数学建模最重要的两个方面：知识和能力。两者是相辅相成的，没有好的数学素养和知识积累，难以建立好的数学模型，但学习了再多的数学模型，没有深入分析问题的能力，无法应用所学知识解决问题，同样难以建立好的模型。明代理学家王阳明说过“知行合一”，就是这个道理。教师在数学建模课程教学中如何把握和组织这两点需要深入的思考和积极的探索。

若仅仅从数学建模的角度来说，能力的培养会更重要一些。知识的获取可以通过众多科目或课程来学习，同时获取知识的来源也非常广泛，但知识就像计算机程序中的临时变量，只有一直在用时才保留在内存中，一旦长久不用，就会被释放。能力不一样，人们一旦具有了某种能力，就变成了人所拥有的属性，类似于计算机程序中的全局变量，它将一直存在。比如游泳的能力，一个人只要学会了游泳，即使他十年不游，但一旦下水他仍然知道如何游。所以课程的核心目标应该是学员初步掌握对问题深入分析、抽取和建立数学模型的能力，而不是掌握了多少数学模型（知识）的能力。

所以，在数学建模中，案例教学是重要的，但研究如何在案例教学中结合数学方法进行教学，如何通过案例教学向学员传递“信息”以及传递什么“信息”是值得教师深入思考的。这种“信息”应该是思维或建模过程中的共性思维或一般规律，这样的“信息”传递给学员能让学员掌握分析和解决问题的一些共性规律。具体来说，对于这种共性规律，本文认为数学建模课程教学中可以总结为三种：思想、思维模式和决策能力。有些内容属于一种解决问题的思想，比如转化的思想，在数学建模中就是一种重要的思想，这在数学课程教学中也是一种常见的思想，将未解决的问题转换为已解决的问题，从而获得问题的求解。比如在规划模型中，整数规划、非线性规划或者多目标规划等问题解决的主要思想之一就是转化为线性规划问题。在数学建模中，很多问题都难以找到一个现成的模型一一对应解决，一般需要将问题或模型做一些转化和修正从而变成已经解决的问题，这是一种重要的思想。再比如，建立优化的思维意识也可以称为一种建模思想，它强调寻找不同目标的权衡或多种方案中最优的方案，这种思想能够启发学员在解决问题过程中寻求最优的方案。一些思维模式是建模过程中具有一般规律性的内容，比如差异性思维和发散性思维[3]，寻求与别人不一样的解决方式，这是创新的一种重要思维模式。再比如关联性思维，引导学员善于建立“知识”与“知识”的联系，“知识”与“问题”的联系，这同样也是创新的一种方式。数学建模另外一个重要的能力是判断决策能力，要求学员对问题具有较好的把握和判断决策能力，比如直觉思维对解决问题的引导以及对直觉思维的校正，问题宏观与微观把握以及选择的能力。这些方面的引导和传授将有效提高学员的数学建模能力。

（二）教学内容的组织

教学内容应该围绕教学主线来组织，根据课时量和教学理念选择教学中讲授的案例，在组织课程教学内容时，应该注重数学方法讲授和建模过程分析两者“量”的把握，既要及时总结提炼数学方法，也不宜过于强调数学上的系统性与严密性，而更强调对实际问题的分析过程，以及通过分析实际问题，建立相应数学模型的过程，这样的过程可以着重培养学员分析问题和抽象模型的能力。在教学中强调“问题”，倡导“问题”教学意识，让学员在“面向问题”中尽可能体会其研究、发现和创造的过程，实现教为主导、学为主体。教师通过对各种实际问题的分析和建模提炼一般性规律传授给学员，让学员在解决问题过程中养成好的思维习惯。

（三）教学方法

1. 因人而异，倡导分层次教学

数学建模的教学应该根据面向不同学员采取不同的组织方式。如我校数学建模课程教学分成三种类型：（1）全校二年级学员公共选修课，面向所有专业开设，由于二年级的学员已经具备一定的知识积累和思维成熟度，而一般来说，案例的问题本身对所有专业没有门槛限制，所以教学内容着重面向问题，强调对问题的分析和理解，强调针对问题如何一步一步解决的过程，在案例设计过程中应留出适当思考空间让学员自主思考；（2）理学院二年级学员必修课，此课程的讲授应结合理学学员特

点，教学内容适当向模型倾斜，强调数学建模的逻辑性，数学模型的完整性，强调数学建模过程中从实际问题抽象数学模型的能力，这是一种建模的素养，课程的教学在强调思想性的前提下可以加强一些数学方法的介绍，适当拓展数学知识的积累；（3）电子信息工程和测控等专业一年级学员专业选修课。此课程的讲授强调课程思想性、思维模式等内容，强调案例的有趣性，对于学员完整的建立模型并求解模型的要求适当降低，提高学员学习数学建模的积极性。

2. 强调实践，倡导多元性训练

实践是数学建模课程学习最重要的一个环节，学员仅仅在课堂上听老师讲解很容易陷入课堂听课易懂，但一旦自己碰到新的问题则无从下手。动手实践是学员学习数学建模课程最生动的教科书，通过实践和训练，学员不仅掌握数学知识，更重要的是促使学员主观能动地思考问题，深入理解问题，从而训练学员通过对问题深入分析、运用知识解决问题，培养学员的创新思维和创新能力。

数学建模课程的实践从三个方面来补充教学：（1）上机实践，这是锻炼学员动手能力的必要过程，教师给定相对较简单的建模问题，让学员在上机实践中完成建模并计算出结果，（2）布置中等难度的数学建模问题，要求学员组队完成并提交完整数学建模论文，这个过程使得学员初步具备从问题背景分析、建立模型，最终撰写成文的数学建模全过程，也让学员实践和训练了上课所学内容，（3）与数学建模竞赛活动结合，倡导多元性。[4] 尽管数学建模竞赛活动与课程教学的目的和要求并不一样，但不可否认，参加培训和竞赛活动是对学员建模能力最好的升华，竞赛问题往往具有很强的综合性，完成竞赛问题对学员的分析能力、建模能力、短时间内自学数学知识的能力、撰写清晰论文的能力等有着极大的提高。尤其是在三天时间内由三名学员独立完成问题的解决，这样一个过程的锻炼使得学员的收获和对建模的感觉相比课程学习要上升一个层次，鼓励学有余力的学员参加一次数学建模竞赛是有意义的事情。

3. 鼓励创新性，倡导不唯书，不唯师

创造性是数学建模的灵魂。解决数学建模问题的方法一般具有不唯一性，这就使得建模者的创造性有了更大发挥空间。好的创意不但要有新颖性、独特性，也要有合理性，要反映问题的本质特征。一个好的创意，既来源于对所用知识的深刻理解与掌握，也来源于对问题本质的透彻理解。再加上对创新思维一般规律的了解以及养成良好的创新思维习惯，便构成了创新能力。在教学中，把发展学员的创造力放在首要位置。在教学思路上，重视问题的理解和分析，重视学员直觉、归纳客观规律的能力，提倡差异性思维、发散性思维和关联性思维等的建立，鼓励学员对课堂所教所学提出疑议，不唯书、不唯师，与学员共同讨论新的方案，对学员在解决实际问题中表现出来的创新思维予以充分肯定。在课堂教学上，实现由教师灌输型向学员积极参与型转变，激发学员独立思考和创新的意识。比如在课程教学中有一个案例是如何确定行走步长使得步行最省力，案例中关于腿转动角速度的计算应为人行走速度除以腿长，有学员提出应该是两倍行走速度除以腿长，因为在单位时间内，每条腿只有一半时间在行走，尽管这个结果并不对，但说明学员对此问题进行了深入思考，而不是直接接受老师给的结论，所以应予以充分肯定。

4. 加强网络资源利用，倡导自主学习

数学建模课程讲授的内容必然无法在课堂上力求全面，这就要求学员具有较好的自学能力，而这也是数学建模课程对学员能力的训练目标之一。学员经过数学建模课程的学习和训练，应该具备能快速学习和掌握一种新的知识并将其应用到实际问题中的能力。当前网络中学习资源已经非常丰富，国外大学有各种公开课视频资源，我国有国家精品视频公开课、精品资源共享课，鼓励学员利用网络学习资源学习数学建模相关内容，特别是利用国家精品视频公开课、精品资源共享课对于数学建模课程的相关内容进行补充学习，从而扩展所学知识，丰富眼界，并在网络知识学习中逐步体会知识的加工和处理过程。

四、数学建模课程教学的两个误区

（一）建模学习仅仅强调对问题分析和建模过程，不强调求解过程

从课堂讲授来说，问题分析和建模过程的学习确实会多一些，而相对求解过程一般讲解会简略一些，这主要是受课时限制，但并不代表求解不重要，相反求解非常重要，建立再好的模型求解不出结果也只是摆设，所以求解在建模中应该是决定性的。对于数学建模整个过程来说，求解同样可能发挥创造性，其也是学员建模能力的体现，但由于课

时限制，在实际教学中，求解更多的时候是通过上机实践来训练，训练的主要内容也集中在数学软件的使用。其实算法设计能力、编程能力以及各种专业软件使用能力都属于学员的计算实力，这些内容更多的要求学员通过其它课程来补充和自主学习来训练。

（二）课程教学和学习是为了数学建模竞赛

课程教学和学习与数学建模竞赛并不是一回事，应该说课程学习更重要一些，因为其受益面更广，传授内容普适性更好一些，但竞赛活动的参与是对课程学习最快速和有效的提升方式。参加一次竞赛对学员建模能力的锻炼很大，学员对建模的体会相比上课会更加深刻。所以准确来说，竞赛是课程学习的升华和补充，而不是课程学习的目的。

五、结论

如何组织数学建模的教学，尤其是如何实实在在通过数学建模教学提高学员解决问题的能力是值得深入思考和积极探索的问题。本文针对数学建模课程教学中的部分问题进行思考和阐述，这是作者在数学建模课程教学和竞赛指导中总结的一些观点，也许还不完善，也还有一些问题没来得及仔细阐述，如建模课程教学中作业如何安排，考核如何进行会更加有效，这些留待以后进一步研究和阐述。

参考文献：

［1］ 李大潜. 数学建模与素质教育［J］. 中国大学教学，2002(10)：41 －43.

［2］ 陈学松，温洁嫦. 问题驱动教学法在《数学建模》课程教学中的实践［J］. 教育教学论坛，2012(8)：143 －145.

［3］ 付军，朱宏，王宪昌. 在数学建模教学中培养学生创新能力的实践与思考［J］. 数学教育学报，2007，16(4)：93 － 95.

［4］ 杨启帆，谈之奕. 通过数学建模教学培养创新人才［J］. 中国高教研究，2011(12)：85 －86.

（责任编辑：陈　勇）

（上接第 115 页）统动态特性分析时，同样选用加速度计进行时频域特性的分析，得到系统的频响特性、瞬态特性等；最后的实验操作则选用汽车悬挂系统（等价于四个质量弹簧阻尼系统）进行整体实验设计，分析其动态性能。实践过程中，学生能够很快把理论学习中的方法和结论用于实验设计和分析，对学生的知识应用能力的提高有很大的促进作用。

四、结束语

为培养和提高硕士研究生的创新实践能力，结合机械工程专业硕士研究生必修课程《机械系统建模与动态分析》的实验教学环节，探索并实践了三种创新型实验教学方法：科研驱动式、分层递进式和贯穿案例式。这三种教学方法非常适用于实验课时受限的课程教学，能够充分利用理论教学效果和已有的实验设备引导学生思考、分析和解决问题，对提高学生的综合素质有很大帮助。2012 年和 2013 年秋季学期的教学实践中应用了这三种方法，取得了很好的教学效果。通过两年的追踪了解，经过本课程锻炼的学生有多人参加了全国大学生物联网竞赛并获得奖项，且普遍认为从本课程中受益良多；很多学生在硕士毕业设计中表现突出，尤其是与实践相结合的课题中，学生们能够思路清晰的分析和解决问题。另外，本课程在提高实践能力方面所做的努力在学校获得普遍认可，每年都会有其他学院的大量学生选修本课程。

参考文献：

［1］ 傅水根．我对教育教学研究的探索［EB/OL］.（2008 －10 －09）［2014 － 07 － 25］. http://www. edu. cn/jxyd10_7584/20081009/t20081009_330830. shtml.

［2］ 陈盈，陈磊．开放环境下的学生自主实验模式构建与实施［J］．淮南师范学院学报，2013，15(3)：120 －122.

［3］ 彭立宏，肖晓强，周丽涛，等．研究型实验教学与创新能力培养的探索与实践［J］．军队院校实验室工作研究，2011，11(1)：31 －32.

［4］ 金晓怡．机械设计课程案例教学的研究与实践［J］．机械制造与研究，2011，40(3)：73 －76，126.

［5］ 李旻，黄平．机械优化设计课程案例教学的研究与实践［J］．机械工程师，2010（8）：18 －20.

［6］ 钟兵．机械制造“贯穿式案例”教学模式实践研究［J］．当代教育理论与实践，2012，4(6)：90 －91.

（责任编辑：胡志刚）